

Домашнее задание
по курсу «Управление движением»
часть 1

1. С помощью преобразования Лапласа найдите решение задачи Коши для заданной системы:

$$1. \begin{cases} \dot{x} = y - t \\ \dot{y} = x + t, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = x + 1, \end{cases} \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 1.$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = x - y + t^2, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = -1.$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = -y + e^{-t} \\ \dot{y} = x + 2y, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = -1.$$

2. Является ли система

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1}$$

управляемой? С помощью формулы Аккермана найдите такую обратную связь по состоянию $u = Kx$, что характеристические числа замкнутой ей системы равны λ_1 и λ_2 .

3. Найдите передаточную функцию системы

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \tag{2}$$

её нули и полюса. Является ли эта система асимптотически устойчивой при $u \equiv 0$?

4. Выясните, существует ли управление в виде пропорционального регулятора $u = ky$, стабилизирующее систему (2). Если да, то найдите хотя бы одно из возможных значений k . Если нет, то найдите передаточную функцию динамического регулятора, стабилизирующего (2).
5. Для системы (2), замкнутой управлением, полученным в предыдущем пункте задания, найдите: а) передаточную функцию; б) амплитудно-частотную характеристику; в) фазо-частотную характеристику; г) H_∞ -норму. Изобразите АЧХ и ФЧХ графически.
6. Является ли система (2) наблюдаемой? Если да, то постройте наблюдатель состояния и управление в виде обратной связи по оценке состояния.

Матрицы A , B , C и числа λ_1 , λ_2 из условий задач 2-6:

$$1. A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 0), \quad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -5;$$

$$2. A = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad C = (0 \ 1), \quad \lambda_1 = -2, \quad \lambda_2 = -3;$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = (-1 \ 1), \quad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -3;$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 0), \quad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -4.$$