
Экзамен по курсу ИТПД, 2 семестр
Билет №1

1. Напишите программу MATLAB для решения задачи Коши

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, z) \\ \dot{y} = f(y, z, x) \\ \dot{z} = f(z, x, y), \end{cases} \quad f(x, y, z) = -x + 4y - y^3, \quad \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \\ z(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

с шагом интегрирования не более 0.01. Изобразите графики компонент решения в зависимости от времени на отрезке $[0, 200]$ и фазовую кривую решения в пространстве.

2. Напишите программу, оценивающую с помощью метода наименьших квадратов коэффициенты многочлена второго порядка, значения которого известны приблизительно:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$P(x)$	1.0027	1.1432	1.3591	1.6613	2.0367	2.506

Изобразите на плоскости заданные точки и график многочлена.

3. Напишите программу для решения с помощью функции `fmincon` задачи минимизации функции $f(x) = \|x - a\|_2^2$, $x \in \mathbb{R}^3$, $a = (1, 1, 2)^T$ при условии $\|x\|^2 < 1$.

Экзамен по курсу ИТПД, 2 семестр
Билет №2

1. Напишите программу MATLAB для решения задачи Коши

$$\dot{x} = (A - xx^T \sin t)x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Изобразите графики компонент решения в зависимости от времени на отрезке $t \in [0, 15]$ и фазовую кривую решения в пространстве.

2. Напишите программу, оценивающую с помощью метода наименьших квадратов коэффициенты многочлена третьего порядка, значения которого известны приблизительно:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6
$P(x)$	-0.049301	0.34993	0.70858	1.0496	1.5331	2.0109	2.8694	3.6152	4.9164

Изобразите на плоскости заданные точки и график многочлена.

3. Напишите программу для решения с помощью функции `fmincon` задачи минимизации функции $f(x) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$ при условии $x_1 + x_2 = -1$.

Экзамен по курсу ИТПД, 2 семестр
Билет №3

1. При помощи MATLAB проинтегрируйте систему

$$\dot{x}_1 = \sin x_2 \quad \dot{x}_2 = \sin x_3 \quad \dot{x}_3 = \sin x_1$$

с начальными условиями $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = -1$ на отрезке $[0, 90]$. Максимальный шаг интегрирования не должен превышать 0.1. Изобразите график решения в зависимости от времени и фазовую кривую в трёхмерном пространстве.

2. Напишите программу, оценивающую с помощью метода наименьших квадратов параметры функции

$$y = a \sin x + b \cos x + c,$$

если значения функции известны приблизительно:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8
y	2.0935	2.5234	2.8579	3.1582	3.3470	3.4514	3.4551	3.3419	3.1535	2.8917

Изобразите на плоскости заданные точки и график полученной функции.

3. Напишите программу для поиска с помощью функции `fmincon` локальных минимумов функции $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ при условии $x_1^2 - x_2^2 \geq 1$.

Экзамен по курсу ИТПД, 2 семестр
Билет №4

1. Напишите программу MATLAB для решения задачи Коши

$$\dot{x} = ((0.5A + \sin t^3 I)^{-1} + A + 0.1A^T \sin t) x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -0.4 & 1 \\ -1 & 0 & -0.8 \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.5 \\ -1 \end{pmatrix},$$

I — единичная матрица, с шагом интегрирования не более 0.01. Изобразите графики компонент решения в зависимости от времени на отрезке $[0, 13]$ и фазовую кривую решения в пространстве и её проекцию на плоскость Ox_2x_3 .

2. Напишите программу, оценивающую с помощью метода наименьших квадратов параметры функции

$$y = a \ln(1 + x) + b\sqrt{x} + cx,$$

если значения функции известны приблизительно:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8
y	0	0.1311	0.49957	0.87919	1.2992	1.6841	2.1118	2.5269	2.9251	3.2867

Изобразите на плоскости заданные точки и график полученной функции.

3. Напишите программу для поиска с помощью функции `fmincon` локальных максимумов функции $f(x) = x_1^2 - x_2^2$ при условии $|x_1| + |x_2| \leq 1$.

Экзамен по курсу ИТПД, 2 семестр
Билет №5

1. Напишите программу MATLAB для решения задачи Коши

$$\dot{x} = ((A + 2 \sin t^3 I)^3 + A)x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -0.4 & 1 \\ -1 & 0 & -0.8 \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix},$$

I — единичная матрица, с шагом интегрирования не более 0.1. Изобразите графики компонент решения в зависимости от времени на отрезке $[0, 12]$ и фазовую кривую решения в пространстве.

2. Какая из моделей лучше описывает зависимость y от x ,

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
y	1.0348	1.0808	1.2236	1.4738	1.601	1.792	2.025	2.2295	2.4733	2.743	2.9533

$y = a \cdot 2^x + b$ или $y = ax^2 + b$? Напишите программу, оценивающую с помощью метода наименьших квадратов параметры a и b для обеих моделей и ответьте с её помощью на вопрос задания.

3. Напишите программу для поиска с помощью функции `fmincon` локальных максимумов функции $f(x) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$ при условии $x_1^3 + x_2^3 \leq 1$.

Экзамен по курсу ИТПД, 2 семестр
Билет №6

1. Напишите программу MATLAB для решения задачи Коши

$$\dot{x} = (A + \sin t^2 (xx^T A)^+) x, \quad A = \begin{pmatrix} -1.1 & 1 & 0 \\ 1 & -0.4 & 1 \\ -1 & 0 & -0.7 \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.5 \\ -1 \end{pmatrix},$$

I — единичная матрица, с шагом интегрирования не более 0.01. Изобразите графики компонент решения в зависимости от времени на отрезке $[0, 6.4]$, фазовую кривую решения в пространстве и её проекцию на плоскость Ox_2x_3 .

2. Напишите программу, оценивающую с помощью метода наименьших квадратов коэффициенты многочлена второго порядка, значения которого известны приблизительно:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4
y	1.002	0.85957	0.76981	0.79248	0.87018	0.98047	1.2477	1.5317

Изобразите на плоскости заданные точки и график многочлена.

3. Напишите программу для поиска с помощью функции `fmincon` локальных максимумов функции $f(x) = (x_1 - \frac{1}{2})^2 + (x_2 - \frac{1}{2})^2$ при условиях $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_1 + x_2 \leq 1$.

Экзамен по курсу ИТПД, 2 семестр
Билет №7

1. Напишите программу MATLAB для решения задачи Коши

$$\begin{cases} \dot{x} = f(y, z) \\ \dot{y} = f(z, x) \\ \dot{z} = f(x, y), \end{cases} \quad f(y, z) = 1 - y + z - |y|, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 0.3 \\ -0.9 \\ -1.4 \end{pmatrix}$$

с шагом интегрирования не более 0.01. Изобразите графики компонент решения в зависимости от времени на отрезке $[0, 100]$ и фазовую кривую решения в пространстве.

2. Напишите программу, оценивающую с помощью метода наименьших квадратов параметры функции

$$y = ae^x + bx^2 + c,$$

если значения функции известны приблизительно:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8
y	-0.9759	-0.8792	-0.6709	-0.5066	-0.4713	-0.2549	-0.09255	0.05996	0.33285	0.827

Изобразите на плоскости заданные точки и график полученной функции.

3. Напишите программу для поиска с помощью функции `fmincon` локальных минимумов функции $f(x) = x_1^2 - x_2$ при условиях $1 \leq x_1 \leq 3$, $0 \leq x_2 \leq 2$.

Экзамен по курсу ИТПД, 2 семестр
Билет №8

1. Напишите программу MATLAB для решения задачи Коши

$$\dot{x} = \left(\operatorname{th} \frac{t}{10} \cdot A - \left(\frac{1}{\sin t + 1.1} A^T \right)^+ \right) x, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

с шагом интегрирования не более 0.1. Изобразите графики компонент решения в зависимости от времени на отрезке $[0, 60]$, фазовую кривую решения в пространстве и её проекцию на плоскость Ox_1x_2 .

2. Напишите программу, оценивающую с помощью метода наименьших квадратов параметры функции

$$y = ae^x + bx + c,$$

если значения функции известны приблизительно:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6
y	2.0339	2.1833	2.313	2.4256	2.4371	2.3298	2.0518	1.742	1.2682

Изобразите на плоскости заданные точки и график полученной функции.

3. Напишите программу для поиска с помощью функции `fmincon` локальных максимумов функции $f(x) = |x_1 + x_2|$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.