Домашнее задание
по курсу «Управление движением»
ЧАСТЬ 2

Задача 1

Найдите линейное отображение, преобразующее систему

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1}$$

к каноническому виду. Выпишите этот канонический вид. Найдите с его помощью такое стабилизирующее управление, что характеристические числа замкнутой им системы (1) равны λ_1 и λ_2.

Варианты заданий

Вариант	A	B	λ_1	λ_2	Вариант	A	B	λ_1	λ_2
1	A_1	B_1	-1	-2	11	A_4	B_5	-1	-2
2	A_1	B_2	-1	-3	12	A_4	B_6	-1	-3
3	A_1	B_3	-2	-3	13	A_4	B_1	-0.2	-3
4	A_2	B_4	-1	-4	14	A_5	B_2	-0.1	-0.4
5	A_2	B_5	-2	-3	15	A_5	B_3	-1	-5
6	A_2	B_6	-3	-4	16	A_5	B_4	-1	-6
7	A_3	B_1	-0.1	-0.5	17	A_1	B_5	-0.1	-2
8	A_3	B_2	-1	-1.5	18	A_1	B_6	-0.1	-0.2
9	A_3	B_3	-1.5	-2	19	A_2	B_1	-1.5	-3
10	A_4	B_4	-0.1	-0.7	20	A_2	B_2	-2	-5

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad A_4 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A_5 = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad B_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad B_5 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B_6 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Задача 2

Выяснить, на каком подмножестве фазового пространства система приводится к каноническому виду. Найти канонический вид системы, указав прямую и обратную замены переменных. Найти область значений преобразования, приводящего систему к каноническому виду, и выписать его якобиан. Сделать чертёж.

1. $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2(x_1+\sin x_2) - \cos x_2(1-x_2^2+x_2u) \\ \dot{x}_2 = 1-x_2^2+x_2u \end{cases}$

2. $\begin{cases} \dot{x}_1 = (x_1+x_2+1)e^{x_2} - x_1 - x_2 - u \\ \dot{x}_2 = x_1+x_2-e^{x_2}+u \end{cases}$

3. $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1+x_2+e^{x_2}-(x_1+x_2)u \\ \dot{x}_2 = (x_1+x_2)u \end{cases}$

4. $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^3x_2+x_1^3-x_1^2u \\ \dot{x}_2 = 1-x_1^2x_2^2-x_1^2x_2+x_1x_2u \end{cases}$

5. $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2+1+(x_1+e^{-x_2})e^{-x_2}u \\ \dot{x}_2 = e^{x_2}+(x_1+e^{-x_2})u \end{cases}$

6. $\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{2}+x_1^2e^{x_2}+x_1e^{x_2}u \\ \dot{x}_2 = -2x_1^3-2x_1^2u \end{cases}$

7. $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2^3+x_2(3x_2^2+e^{x_2})(x_1+u) \\ \dot{x}_2 = x_1x_2+x_2u \end{cases}$

8. $\begin{cases} \dot{x}_1 = 1+x_1^2+e^{x_2}+u \\ \dot{x}_2 = -2x_1-x_1e^{-x_2}(1+2x_1^2+2u) \end{cases}$

9. $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1-x_1^2+u \\ \dot{x}_2 = x_1^2+x_1^2x_2^2-x_2^2u-u \end{cases}$

10. $\begin{cases} \dot{x}_1 = 1-x_1\sin x_2-x_1^2u \\ \dot{x}_2 = (1+x_2)(\sin x_2+x_1u) \end{cases}$

11. $\begin{cases} \dot{x}_1 = -e^{-x_2}+(x_1+x_2+1)(e^{x_2}+u) \\ \dot{x}_2 = e^{-x_2}-e^{x_2}-u \end{cases}$

12. $\begin{cases} \dot{x}_1 = (x_1+x_2)(1+u+e^{x_2}u) \\ \dot{x}_2 = -(x_1+x_2)e^{x_2}u \end{cases}$

13. $\begin{cases} \dot{x}_1 = (x_1+x_2)(1+e^{x_2}u)+2\operatorname{sh}x_2-u \\ \dot{x}_2 = -2\operatorname{sh}x_2+u \end{cases}$

14. $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^2+e^{x_2} \\ \dot{x}_2 = -x_1-2x_1^3e^{-x_2}+e^{-x_2}u \end{cases}$

Задача 3

Выяснить, на каком подмножестве фазового пространства система приводится к каноническому виду. Найти канонический вид системы, указав прямую и обратную замены переменных.

1. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_2 + x_3 - (1 + x_3 + u)e^{x_3} \\ \dot{x}_2 &= -1 - x_1 e^{-x_3} - u \\ \dot{x}_3 &= 1 + x_1 e^{-x_3} + x_3 + u \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_1 + x_2 - x_3 - u \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_2 + 2x_3 + u \\ \dot{x}_3 &= (1 + x_3^2)(x_3 + u) \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_3 + u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - u \\ \dot{x}_3 &= x_2 + x_2 x_3^2 + (x_3^2 + 1)u \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_3 + u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_3 e^{x_1} - e^{x_1} u \\ \dot{x}_3 &= -x_1 + x_2 + e^{x_1} \end{cases}$$

5. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= x_3 e^{x_1} - x_1 \\ \dot{x}_3 &= x_1 e^{-x_1} - x_2 x_3 - x_3 u \end{cases}$$

6. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 + x_1^2 x_2 + (1 + x_1^2)u \\ \dot{x}_2 &= x_1 + x_3 + \ln(1 + x_1^2) \\ \dot{x}_3 &= x_2 - 2x_1 x_2 - 2x_1 u \end{cases}$$

7. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_2 - x_2^3 - u \\ \dot{x}_2 &= x_2^2 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_1 - x_2^3 - 2x_2 x_3 + u \end{cases}$$

8. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 - x_1 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + x_2 + x_2^2 + x_3 + u \\ \dot{x}_3 &= x_1 + 2x_1^2 - 2x_2(x_2 + x_2^2 + x_3 + u) \end{cases}$$

9. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 - x_1 x_3 + x_2^2 - x_3^2 - x_2 u \\ \dot{x}_2 &= x_1 + x_2 x_3 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -x_2 - x_3^2 + u \end{cases}$$

10. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -e^{2x_3} - x_1 u \\ \dot{x}_2 &= x_3 - x_2 e^{x_3} + x_1 u \\ \dot{x}_3 &= x_2 + e^{x_3} \end{cases}$$

11. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 + 2x_1 x_3 - x_3^2 + u \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 x_3 - u \\ \dot{x}_3 &= -x_1 - x_3^2 \end{cases}$$

12. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_3 - x_2 \cos x_3 - \cos x_3 \cdot u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_3 + \sin x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_2 + u \end{cases}$$

13. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 - x_3 + x_3^3 \\ \dot{x}_2 &= x_3 - 3x_1 x_3^2 - 3x_3^2 u \\ \dot{x}_3 &= x_1 + u \end{cases}$$

14. $$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 e^{x_3} - x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_3 e^{-x_3} - x_2(x_1 + x_3 + u) \\ \dot{x}_3 &= x_1 + x_3 + u \end{cases}$$

Задача 4

Для следующих систем определите тип эквивалентной системы канонического вида. Укажите множество, на котором система эквивалентна системе канонического вида и найдите этот вид. Является ли нулевое состояние системы положением равновесия? Если да, то возможна ли его стабилизация при помощи найденного канонического вида?

1. $$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - x_4 \\ \dot{x}_2 = x_4 + u_1 \\ \dot{x}_3 = -u_1 \\ \dot{x}_4 = x_3 + x_1u_1 + u_2 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_4 - x_1x_3 - u_1 \\ \dot{x}_2 = -x_1x_3 + u_1 - 2x_3u_2 \\ \dot{x}_3 = x_1 + u_2 \\ \dot{x}_4 = x_2 + x_3^2 \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + x_3 + x_1u_1 \\ \dot{x}_2 = x_4 + 2x_5 - u_1 - u_2 \\ \dot{x}_3 = u_1 + u_2 \\ \dot{x}_4 = x_3 + x_5 + 2x_1u_1 \\ \dot{x}_5 = -x_1u_1 \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1 \\ \dot{x}_2 = x_5 - u_1 \\ \dot{x}_3 = x_5 + x_2u_1 + e^{x_4}u_2 \\ \dot{x}_4 = e^{-x_4}(x_2u_1 - x_1) + u_2 \\ \dot{x}_5 = x_3 + x_5 \end{cases}$$

5. $$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_3 - 2x_2u_1 \\ \dot{x}_2 = u_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 + u_2 \\ \dot{x}_4 = -x_4 + x_5 - u_2 \\ \dot{x}_5 = -x_4 + u_3 \end{cases}$$

6. $$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1 + x_2u_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + u_2 + x_5u_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 - x_1x_3 \\ \dot{x}_4 = x_1x_3 \\ \dot{x}_5 = x_2 + u_1 - u_3 \end{cases}$$

7. $$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1 + x_3u_2 \\ \dot{x}_2 = x_5^2 - u_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 - x_5^2 - x_3u_2 \\ \dot{x}_4 = x_1 + x_2 \\ \dot{x}_5 = -2x_1 - x_2 + x_6 \\ \dot{x}_6 = 2x_1 + x_2 \end{cases}$$

8. $$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 - 2x_4 + u_1 \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_3 - x_4 \\ \dot{x}_3 = -x_1 + x_2 + x_4 + x_5 \\ \dot{x}_4 = -x_1 + x_2 + x_5 + u_1 \\ \dot{x}_5 = -x_5 + u_2 \end{cases}$$

9. $$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1 \\ \dot{x}_2 = x_1^2 - x_3 - x_4 \\ \dot{x}_3 = x_1^2 - x_4 + x_3u_1 + u_2 \\ \dot{x}_4 = 2x_1x_2 - x_3 + 2x_1u_1 \end{cases}$$

10. $$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sin x_2 + x_3 - x_4 \\ \dot{x}_2 = u_1 \\ \dot{x}_3 = x_4 - \cos x_2 \cdot u_1 \\ \dot{x}_4 = x_1u_1 + u_2 \end{cases}$$