

Билет 1

1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} x_{n+1} = a \cos y_n \\ y_{n+1} = b(2^{x_n} - c) \operatorname{th} y_n \end{cases}$$

где  $a = 5$ ,  $b = 3$ ,  $c = 0.1$ . Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 800]$  с начальными условиями  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = -1$ . Изобразите графики  $x_n$  и  $y_n$  и траекторию системы на фазовой плоскости красными звёздочками. При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions. (10 баллов)

2. Создайте модель Simscape Multibody и изобразите анимацию движения стрелки часов по циферблату (см. видео по адресу <http://www.alekseyvladimirovich.ru/psmm/exam/clock.mp4>) на отрезке времени  $[0, 60]$ . «Стрелка» должна двигаться равномерно по часовой стрелке, совершая полный оборот за 1 минуту. (10 баллов)

3. Составьте программу, которая при помощи сети Кохонена разделяет векторы с компонентами  $x$  и  $y$  на заданное количество кластеров и изображает на рисунке распределение данных по кластерам разными цветами.

$x$	3.9109	5.5525	6.5442	3.5084	3.9384	-0.6156	-0.19242	-0.76485	-1.4224
$y$	0.032557	1.1006	0.085931	-0.7423	2.3505	-4.2519	-4.1114	-6.4023	-4.5118

$x$	1.4193	0.19781	-0.80447	0.83509	0.21567	-0.17738	2.0421	1.9379
$y$	0.29158	1.5877	0.69662	-0.24372	-1.1658	-5.1961	-0.8258	-3.4835

Сравните результаты работы программы для разного количества кластеров. Какое их количество, на ваш взгляд, является оптимальным и почему?

(10 баллов)

---

## Билет 2

### 1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 + |x_n| - y_n \\ y_{n+1} = z_n \\ z_{n+1} = x_n. \end{cases}$$

Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 10000]$  с начальными условиями  $x_0 = 1000$ ,  $y_0 = 0$ ,  $z_0 = 0$ . Изобразите графики  $x_n$ ,  $y_n$  и  $z_n$ , траекторию системы на плоскости  $(x_n, y_n)$  (синими звёздочками) и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве (красными кружочками). При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions.

(10 баллов)

### 2. С помощью Simulink создайте модель системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - e^y + 1 + u \\ \dot{y} = x + \sin y. \end{cases}$$

Произведите моделирование системы на отрезке времени  $[0, 10]$  с начальными условиями  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = -1$  при  $u(t) = 0$ . Является ли нулевое решение системы устойчивым? С помощью блока PID Controller проверьте, можно ли, взяв в качестве выхода системы  $y$ , стабилизировать нулевое решение с помощью а) ПИД-регулятора; б) ПИ-регулятора; в) пропорционального регулятора.

(10 баллов)

3. Возможно ли обучить нейронную сеть прямого распространения таким образом, чтобы она для вектора из  $\mathbb{R}^3$ , компоненты которого лежат в отрезке  $[-1, 1]$ , выдавала количество положительных компонентов в векторе? Ответ обоснуйте результатами моделирования при помощи Neural Network Toolbox. Проанализируйте возможное влияние переобучения.

(10 баллов)

---

Билет 3

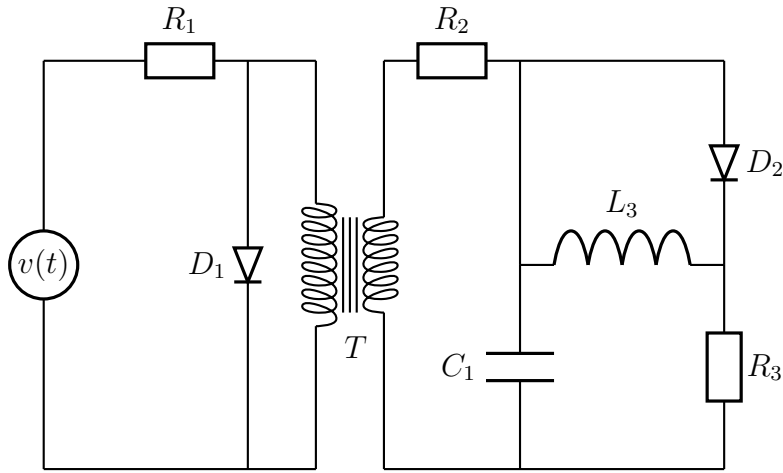
1. Создайте Simulink-модель системы, описываемой дифференциальным уравнением

$$\ddot{x} + 0.5\dot{x} + x = 7 - 8 \operatorname{th} x.$$

При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions.

Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 100]$  с начальными условиями  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = 1$ ,  $\ddot{x}(0) = 6$  с шагом интегрирования не более 0.01. Постройте графики  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$  на плоскости и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве. (10 баллов)

2. С помощью Simscape произведите моделирование электрической цепи



Источник напряжения выдаёт напряжение вида  $v(t) = \sin(10t)e^{-t/2} + \cos t$ . Промоделируйте на отрезке времени  $[0, 20]$  процессы, протекающие в цепи, если:

- сопротивления  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 5$  Ом,  $R_3 = 1$  Ом;
- индуктивности обмоток трансформатора  $L_1 = 3$  Гн,  $L_2 = 0.5$  Гн;
- коэффициент связи равен 0.9;
- индуктивность  $L_3 = 1$  Гн;
- ёмкость  $C_2 = 10^{-3}$  Ф.

Изобразите графики тока через резистор  $R_3$  и напряжения на конденсаторе  $C_1$ . Убедитесь, что графики достаточно «гладкие». (10 баллов)

3. При помощи ИНС выясните, есть ли связь между величинами  $x$  и  $y$ .

$x$	-0.80974	-1.2368	0.21469	2.0108	0.02556	0.3083	-0.93825	1.6742	0.125	0.5301
$y$	-0.95207	0.85404	0.38915	-1.156	0.03974	-0.4506	0.10925	-0.25055	-0.19	-1.0329

Обоснуйте ответ, опираясь на результаты обучения. Проанализируйте возможное влияние переобучения. (10 баллов)

Билет 4

1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} x_{n+1} = a \cos x_n + y_n \\ y_{n+1} = b(y_n + \sin x_n) \end{cases}$$

где  $a = 8$ ,  $b = 0.5$ . Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 600]$  с начальными условиями  $x_0 = 2$ ,  $y_0 = 1$ . Изобразите графики  $x_n$  и  $y_n$  и траекторию системы на фазовой плоскости чёрными кружочками. При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions. (10 баллов)

2. С помощью Simscape Multibody произведите моделирование движения груза по наклонной плоскости. Угол наклона плоскости  $30^\circ$ , начальная высота груза 2 метра, масса груза 0.5 кг. Трение вязкое с коэффициентом 0.1 кг/с. Моделирование должно прекращаться при достижении грузом нулевой высоты. Изобразите анимацию движения.

Нарисуйте график высоты груза в зависимости от времени. (10 баллов)

3. Возможно ли обучить нейронную сеть прямого распространения таким образом, чтобы она для вектора из  $\mathbb{R}^2$ , компоненты которого лежат в отрезке  $[-1, 1]$ , выдавала 1 для точек, лежащих внутри окружности радиуса 1 с центром в начале координат, и 0 для всех остальных точек? Ответ обоснуйте результатами моделирования при помощи Neural Network Toolbox. Изобразите график полученной функции. (10 баллов)

---

Билет 5

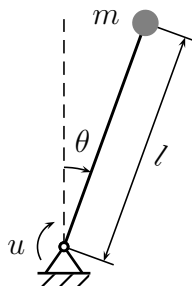
1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -z \\ \dot{y} = x - y \\ \dot{z} = ax + y^2 + bz. \end{cases}$$

При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions.

Произведите моделирование для значений параметров  $a = 3.1$ ,  $b = 0.5$  на отрезке времени  $[0, 100]$  с начальными условиями  $x(0) = y(0) = 0$ ,  $z(0) = -1$  и с шагом интегрирования не более 0.01. Постройте графики  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  на плоскости и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве. (10 баллов)

2. С помощью Simscape Multibody произведите моделирование системы «перевернутый маятник» (см. рис.)



Маятник имеет длину 2 метра и сосредоточенную в его конце массу 1 кг. Упругость и вязкое трение в шарнире отсутствуют. Момент  $u$  выберем в качестве управления.

Верхнее положение маятника должно соответствовать нулевому углу поворота шарнира в модели.

Произведите моделирование системы с начальными условиями  $\theta(0) = \frac{\pi}{6}$ ,  $\dot{\theta}(0) = 0$ . Является ли верхнее положение маятника устойчивым? С помощью блока PID Controller проверьте, можно ли, взяв в качестве выхода системы угол  $\theta$ , стабилизировать верхнее положение маятника с помощью а) ПИД-регулятора; б) ПИ-регулятора; в) пропорционального регулятора. (10 баллов)

3. При помощи ИНС спрогнозируйте следующий член последовательности

3.283	-2.841	-6.1246	-3.2862	2.837	6.1237	3.282	-2.841	-6.125	-3.2846	2.8414
-------	--------	---------	---------	-------	--------	-------	--------	--------	---------	--------

Проанализируйте возможное наличие переобучения/недообучения. (10 баллов)

Билет 6

1. Создайте Simulink-модель системы, описываемой дифференциальным уравнением

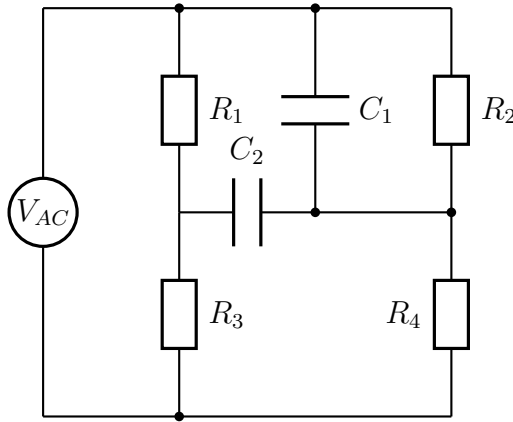
$$\ddot{x} + 4\dot{x} = x(x^2 - 1).$$

При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions.

Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 200]$  с начальными условиями  $x(0) = -0.4$ ,  $\dot{x}(0) = 0.2$ ,  $\ddot{x}(0) = -0.8$  с шагом интегрирования не более 0.02. Постройте графики  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$  на плоскости и фазовую кривую решения в двумерном пространстве.

(10 баллов)

2. Создайте Simscape-модель электрической цепи



Используйте следующие значения параметров:

- источник питания выдаёт переменное напряжение амплитудой 50 Вольт и частотой 50 Гц;
- сопротивления  $R_1 = R_2 = R_3 = 20$  Ом,  $R_4 = 10$  Ом;
- ёмкости  $C_1 = C_2 = 10^{-3}$  Ф.

Произведите на отрезке времени  $[0, 0.1]$  моделирование переходных процессов, возникающих в цепи при включении источника питания. Изобразите графики тока через резистор  $R_4$  и напряжения на нём в зависимости от времени.

Резистор  $R_4$  сделан из цемента с удельной теплоёмкостью 800 Дж/кг/К и имеет массу 30 г. Площадь поверхности резистора 500 мм<sup>2</sup>. В момент включения источника питания его температура совпадает с температурой окружающей среды и равна 293 К. Теплообмен резистора с внешней средой происходит посредством конвекции (коэффициент 15 Вт/м<sup>2</sup>/К) и излучения (коэффициент  $5 \cdot 10^{-6}$  Вт/м<sup>2</sup>/К<sup>4</sup>). Произведя моделирование на отрезке времени  $[0, 250]$  выясните, до какой температуры разогреется резистор.

Изменением сопротивления резисторов под влиянием температуры пренебречь.

(10 баллов)

3. Возможно ли обучить нейронную сеть прямого распространения таким образом, чтобы она для вектора из  $\mathbb{R}^3$ , компоненты которого лежат в отрезке  $[-1, 1]$ , выдавала его  $\infty$ -норму ( $\|x\|_\infty = \max(|x_1|, |x_2|, |x_3|)$ )? Ответ обоснуйте результатами моделирования при помощи Neural Network Toolbox. Проанализируйте возможное влияние переобучения. (10 баллов)

## Билет 7

### 1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} x_{n+1} = a \sin y_n \\ y_{n+1} = b x_n \operatorname{th} y_n - c \sqrt{|x_n|} \cos y_n \end{cases}$$

где  $a = 10$ ,  $b = 1.5$ ,  $c = 0.3$ . Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 10000]$  с начальными условиями  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = -1$ . Изобразите графики  $x_n$  и  $y_n$  и траекторию системы на фазовой плоскости фиолетовыми кружочками. При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions. (10 баллов)

**2.** Сделанный из стали (удельная теплоёмкость 468 Дж/кг/К) нагреватель мощностью 1200 Вт с площадью поверхности  $0.3 \text{ м}^2$  и массой 18 кг установлен в заполненном воздухом (удельная теплоёмкость 1.006 Дж/кг/К, плотность  $1.22 \text{ кг/м}^3$ ) помещении объёмом  $1500 \text{ м}^3$ . Теплопередача в системе «нагреватель-помещение» происходит посредством конвекции (коэффициент  $25 \text{ Вт/м}^2/\text{К}$ ) и излучения (коэффициент  $3 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2/\text{К}^4$ ).

Теплопередача в системе «помещение-окружающая среда» происходит посредством теплопроводности через стены. Толщина стен 30 см, коэффициент теплопроводности  $0.15 \text{ Вт/м/К}$ , площадь стен  $250 \text{ м}^2$ . Температура нагревателя и помещения в начальный момент времени 270 К. Температура окружающей среды постоянна и равна 270 К.

С помощью Simscape произведите моделирование системы на отрезке времени в один час. Постройте графики изменения температуры нагревателя и воздуха в помещении в зависимости от времени. (10 баллов)

**3.** Возможно ли обучить нейронную сеть прямого распространения таким образом, чтобы она для вектора из  $\mathbb{R}^3$ , компоненты которого лежат в отрезке  $[-1, 1]$ , выдавала наименьший по модулю компонент вектора? Ответ обоснуйте результатами моделирования при помощи Neural Network Toolbox. Проанализируйте возможное влияние переобучения. (10 баллов)

---

Билет 8

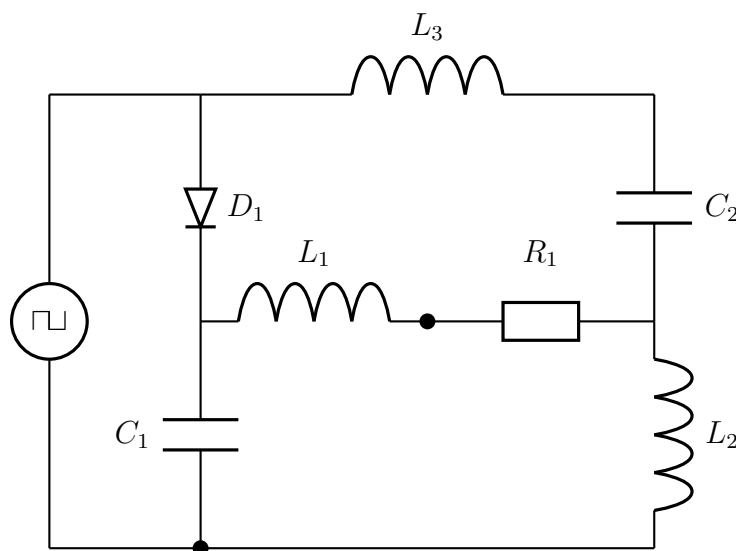
1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} \dot{x} = f(y, z) \\ \dot{y} = f(z, x) \\ \dot{z} = f(x, y), \end{cases}$$

где  $f(y, z) = y^2 - z$ . При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions. Модель функции  $f$  реализуйте в виде подсистемы.

Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 300]$  с начальными условиями  $x(0) = 0.4$ ,  $y(0) = z(0) = 0$  с шагом интегрирования не более 0.01. Постройте графики  $x(t), y(t), z(t)$  на плоскости и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве. (10 баллов)

2. С помощью Simscape произведите моделирование электрической цепи



Используйте следующие значения параметров:

1. источник напряжения выдаёт прямоугольные импульсы с амплитудой 12 Вольт, частотой 50 Герц и скважностью 50%;
2. сопротивление  $R_1 = 10$  Ом;
3. индуктивности  $L_1 = 0.3$  Гн,  $L_2 = 0.1$  Гн,  $L_3 = 0.2$  Гн;
4. ёмкости  $C_1 = 10^{-3}$  Ф,  $C_2 = 10^{-4}$  Ф.

Произведите на отрезке времени  $[0, 0.2]$  моделирование процессов, возникающих в цепи при включении источника. Изобразите графики тока через катушку  $L_2$ , напряжения между точками, отмеченными чёрными кружками и мощности, рассеиваемой на резисторе.

(10 баллов)

3. При помощи ИНС спрогнозируйте следующий член последовательности

0.597	2.418	3.0154	5.4354	8.45	13.884	22.333	36.215	58.547	94.76	153.31
-------	-------	--------	--------	------	--------	--------	--------	--------	-------	--------

Проанализируйте возможное наличие переобучения/недообучения.

(10 баллов)



## Билет 9

1. Создайте Simulink-модель системы, описываемой дифференциальным уравнением

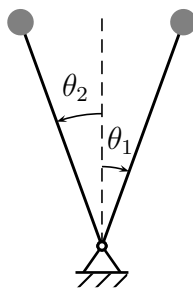
$$\ddot{x} + \sin x = \sin t + \sin at.$$

При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions.

Произведите моделирование для значения параметра  $a = 2.9$  на отрезке времени  $[0, 300]$  с начальными условиями  $x(0) = 1$ ,  $\dot{x}(0) = 0$  с шагом интегрирования не более 0.05. Постройте графики  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$  на плоскости и фазовую кривую решения в двумерном пространстве.

(10 баллов)

2. С помощью Simscape Multibody произведите моделирование системы «два маятника на упругих шарнирах» (см. рис.)



Маятники имеют длину 2 метра и сосредоточенную на концах массу 1 кг. Первый маятник соединён с неподвижным основанием шарниром с пружиной, именуемой упругостью 0.1 Нм/градус, второй соединён с первым шарниром, имеющим ту же ось, что и первый, и пружину с тем же коэффициентом упругости.

Верхние положения маятников соответствуют нулевому отклонению пружин. Произведите моделирование движения системы на отрезке времени  $[0, 60]$ , взяв в качестве начального состояние, в котором оба маятника направлены вертикально вверх, угловая скорость первого маятника равна нулю, угловая скорость второго маятника 8 град/с. Постройте графики углов отклонения  $\theta_1(t)$  и  $\theta_2(t)$  обоих маятников и кривую  $x = \theta_1(t)$ ,  $y = \theta_2(t)$  на плоскости.

(10 баллов)

3. При помощи ИНС спрогнозируйте следующий член последовательности

-2.114	1.29	-0.826	0.4785	-0.343	0.142	-0.207	-0.0671	-0.275	-0.3367
--------	------	--------	--------	--------	-------	--------	---------	--------	---------

Проанализируйте возможное наличие переобучения/недообучения.

(10 баллов)

---

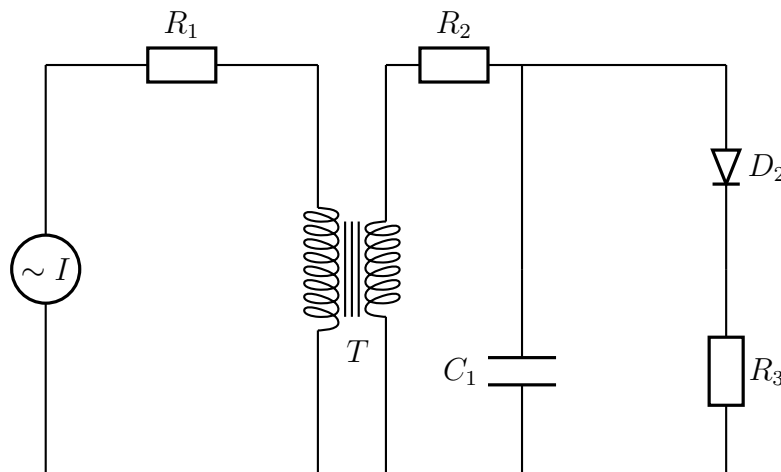
Билет 10

1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} x_{n+1} = a \cos y_n + z_n \\ y_{n+1} = bx_n + cy_n \\ z_{n+1} = y_n \end{cases}$$

где  $a = 6$ ,  $b = 0.3$ ,  $c = 0.6$ . Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 10000]$  с начальными условиями  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 0$ ,  $z_0 = 1$ . Изобразите графики  $x_n$ ,  $y_n$  и  $z_n$ , траекторию системы на плоскости  $(x_n, y_n)$  синими звёздочками и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве чёрными кружочками. При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions. (10 баллов)

2. С помощью Simscape произведите моделирование электрической цепи



Источник тока выдаёт переменный ток силой 1 ампер частотой 50 Гц. Промоделируйте на отрезке времени  $[0, 0.5]$  процессы, протекающие в цепи, если:

1. сопротивление  $R_1$  зависит от напряжения на конденсаторе по формуле  $R_1 = 0.1V_{C_1}^2$  Ом;
2. сопротивление  $R_2 = 2$  Ом,  $R_3 = 20$  Ом;
3. индуктивности обмоток трансформатора  $L_1 = 3$  Гн,  $L_2 = 0.5$  Гн;
4. коэффициент связи равен 0.9;
5. напряжение на конденсаторе и токи через обмотки трансформатора в начальный момент равны нулю;
6. ёмкость  $C_1 = 10^{-3}$  Ф.

Изобразите графики тока через резистор  $R_3$  и сопротивления резистора  $R_1$ . Убедитесь, что графики достаточно «гладкие». (10 баллов)

3. При помощи ИНС спрогнозируйте следующий член последовательности

4.269	-6.105	-0.9185	-3.514	-2.219	-2.867	-2.544	-2.7066	-2.623	-2.6655	-2.6413
-------	--------	---------	--------	--------	--------	--------	---------	--------	---------	---------

Проанализируйте возможное наличие переобучения/недообучения. (10 баллов)

Билет 11

1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, z) \\ \dot{y} = f(y, z, x) \\ \dot{z} = f(z, x, y), \end{cases}$$

где  $f(x, y, z) = -x + 4y - y^3$ . При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions. Модель функции  $f$  реализуйте в виде подсистемы.

Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 100]$  с начальными условиями  $x(0) = 0.4$ ,  $y(0) = z(0) = 0$  и шагом интегрирования не более 0.01. Постройте графики  $x(t), y(t), z(t)$  на плоскости и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве. (10 баллов)

2. Создайте модель Simscape Multibody и изобразите анимацию движения системы «яблоко на тарелке»: шар катится по торцевой поверхности цилиндра с одинаковой угловой скоростью  $\omega = \pi/2$  рад/с (см. видео по адресу <http://www.alekseyvladimirovich.ru/psmm/exam/apple.mp4>) на отрезке времени  $[0, 20]$ . (10 баллов)

3. При помощи ИНС выясните, есть ли связь между величинами  $x$  и  $y$ .

$x$	-1.4245	0.71744	-0.77791	0.316	1.4065	0.401	0.92966	-1.6058	0.66154	2.1385
$y$	0.5411	-1.5409	-0.20314	-0.5	0.383	0.412	0.40549	-0.36378	-0.59927	-0.5896

Обоснуйте ответ, опираясь на результаты обучения. Проанализируйте возможное влияние переобучения. (10 баллов)

---

Билет 12

1. Создайте Simulink-модель системы

$$\ddot{x} + 9\dot{x} = 3 - \operatorname{ch} x$$

При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions.

Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 100]$  с начальными условиями  $x(0) = -0.61$ ,  $\dot{x}(0) = -1.73$ ,  $\ddot{x}(0) = 1.65$ . Шаг интегрирования должен быть не более 0.1. Постройте графики  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  на плоскости и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве.

(10 баллов)

2. С помощью Simulink создайте модель системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 3y - xy^2 + u \\ \dot{y} = x + \operatorname{sh} y. \end{cases}$$

Произведите моделирование системы на отрезке времени  $[0, 15]$  с начальными условиями  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = -1$  при  $u(t) = 0$ . Является ли нулевое решение системы устойчивым? С помощью блока PID Controller проверьте, можно ли, взяв в качестве выхода системы  $y$ , стабилизировать нулевое решение с помощью а) ПИД-регулятора; б) ПИ-регулятора; в) пропорционального регулятора.

(10 баллов)

3. Возможно ли обучить нейронную сеть прямого распространения таким образом, чтобы она для вектора из  $\mathbb{R}^3$ , компоненты которого лежат в отрезке  $[-1, 1]$ , выдавала с некоторой степенью точности элемент входного вектора с наибольшим абсолютным значением? Ответ обоснуйте результатами моделирования при помощи Neural Network Toolbox. Проанализируйте возможное влияние переобучения.

(10 баллов)

---

Билет 13

1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} x_{n+1} = a \cos(x_n + y_n) \\ y_{n+1} = b(z_n + \sin x_n) \\ z_{n+1} = cy_n \end{cases}$$

где  $a = 8$ ,  $b = 0.5$ ,  $c = 0.5$ . Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 10000]$  с начальными условиями  $x_0 = 2$ ,  $y_0 = 1$ ,  $z_0 = 0$ . Изобразите графики  $x_n$ ,  $y_n$  и  $z_n$ , траекторию системы на плоскости  $(x_n, y_n)$  синими звёздочками и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве красными кружочками. При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions. (10 баллов)

2. С помощью Simscape Multibody произведите моделирование движения механизма, состоящего из груза массы  $m = 1$  кг, подвешенного к потолку на пружине с коэффициентом упругости 10 Н/м. Сила трения вязкая с коэффициентом 0.2 Н·с/м. В начальный момент времени груз на пружине оттягивается вниз от начального положения равновесия на 10 см.

Постройте графики изменения перемещения и скорости груза на отрезке времени  $[0, 40]$ . (10 баллов)

3. При помощи ИНС выясните, есть ли связь между величинами  $x$  и  $y$ .

$x$	1.7382	-0.43021	-1.6273	0.16635	0.37627	-0.22695	-1.149	2.0243	-2.3595	-0.51
$y$	0.9827	-0.41865	-0.998	0.16593	0.36567	-0.22306	-0.911	0.9	-0.7058	-0.4855

Обоснуйте ответ, опираясь на результаты обучения. Проанализируйте возможное влияние переобучения. (10 баллов)

---

Билет 14

1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} x_{n+1} = a \cos(x_n + y_n) \\ y_{n+1} = b \sin(x_n - y_n), \end{cases}$$

где  $a = 8$ ,  $b = 0.5$ . Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 5000]$  с начальными условиями  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = -1$ . Изобразите графики  $x_n$  и  $y_n$  и траекторию системы на фазовой плоскости красными звёздочками. При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions. (10 баллов)

2. С помощью Simulink создайте модель системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x + \sin y + u \\ \dot{y} = x + \operatorname{sh} y. \end{cases}$$

Произведите моделирование системы на отрезке времени  $[0, 25]$  с начальными условиями  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = -1$  при  $u(t) = 0$ . Является ли нулевое решение системы устойчивым? С помощью блока PID Controller проверьте, можно ли, взяв в качестве выхода системы  $y$ , стабилизировать нулевое решение с помощью а) ПИД-регулятора; б) ПИ-регулятора; в) пропорционального регулятора. (10 баллов)

3. Возможно ли обучить нейронную сеть прямого распространения таким образом, чтобы она для вектора из  $\mathbb{R}^3$ , компоненты которого лежат в отрезке  $[-1, 1]$ , выдавала его 1-норму ( $\|x\|_1 = |x_1| + |x_2| + |x_3|$ )? Ответ обоснуйте результатами моделирования при помощи Neural Network Toolbox. Проанализируйте возможное влияние переобучения. (10 баллов)

---

Билет 15

1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} x_{n+1} = y_n \\ y_{n+1} = -bx_n + ay_n - y_n^3, \end{cases}$$

где  $a = 2.75$ ,  $b = 0.2$ . Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 800]$  с начальными условиями  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = -1$ . Изобразите графики  $x_n$  и  $y_n$  и траекторию системы на фазовой плоскости красными звёздочками. При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions. (10 баллов)

2. С помощью Simscape Multibody произведите моделирование движения груза, подброшенного вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0 = 10$  м/с. Начальная высота груза нулевая, масса груза 0.5 кг. Сопротивление воздуха линейное с коэффициентом 0.01 кг/с. Моделирование должно прекращаться при достижении грузом нулевой высоты. Изобразите анимацию движения.

Нарисуйте график высоты груза в зависимости от времени. (10 баллов)

3. Возможно ли обучить нейронную сеть прямого распространения таким образом, чтобы она для вектора из  $\mathbb{R}^3$ , компоненты которого лежат в отрезке  $[-1, 1]$ , выдавала с некоторой степенью точности наименьший элемент входного вектора? Ответ обоснуйте результатами моделирования при помощи Neural Network Toolbox. Проанализируйте возможное влияние переобучения. (10 баллов)

---

Билет 16

1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} x_{n+1} = z_n \\ y_{n+1} = bz_n + cy_n \\ z_{n+1} = a \cos y_n + x_n \end{cases}$$

где  $a = 6$ ,  $b = 0.5$ ,  $c = 0.6$ . Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 10000]$  с начальными условиями  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = -1$ ,  $z_0 = 1$ . Изобразите графики  $x_n$ ,  $y_n$  и  $z_n$ , траекторию системы на плоскости  $(x_n, y_n)$  чёрными звёздочками и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве синими кружочками. При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions. (10 баллов)

2. Создайте модель Simscape Multibody и изобразите анимацию равномерного кругового движения двух шаров вокруг одного центра (см. видео по адресу <http://www.alekseyvladimirovich.ru/psmm/exam/spheres.mp4>) с угловой скоростью  $\pi/5$  рад/с на отрезке времени  $[0, 20]$ . (10 баллов)

3. При помощи ИНС выясните, есть ли связь между величинами  $x$  и  $y$ .

$x$	-0.002855	0.9199	0.14981	1.405	1.0341	0.29157	-0.7777	0.5667	-1.3826	0.2445
$y$	-0.0008339	0.7961	0.15145	0.9914	0.8617	0.28812	-0.7	0.5379	-0.9856	0.241

Обоснуйте ответ, опираясь на результаты обучения. Проанализируйте возможное влияние переобучения. (10 баллов)

---



Билет 17

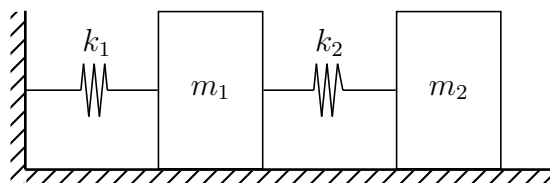
1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} \dot{x} = ay - x + b \operatorname{th} x \\ \dot{y} = x + z \\ \dot{z} = -y. \end{cases}$$

При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions.

Произведите моделирование для значений параметров  $a = \frac{1}{5}$ ,  $b = 2$  на отрезке времени  $[0, 300]$  с начальными условиями  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $z(0) = -6$  и с шагом интегрирования не более 0.01. Постройте графики  $x(t), y(t), z(t)$  на плоскости и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве. (10 баллов)

2. С помощью Simscape Multibody (не Simscape!) произведите моделирование движения механизма (см. рис.)



Массы грузов  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 1.5$  кг, коэффициенты упругости пружин  $k_1 = 10$  Н/м,  $k_2 = 12$  Н/м. В начальный момент времени груз 2 на пружине оттягивается вправо от начального положения равновесия на 80 см, первая пружина находится в состоянии равновесия. Трение отсутствует.

Постройте графики изменения перемещения и скорости грузов на отрезке времени  $[0, 60]$ . (10 баллов)

3. При помощи ИНС выясните, есть ли связь между величинами  $x$  и  $y$ .

$x$	-0.03	-0.16488	0.6277	1.0933	1.1093	-0.8636	0.07736	-1.2141	-1.1135	-0.00685
$y$	-0.0262	-0.16606	0.5882	0.8876	0.8982	-0.7629	0.07736	-0.9357	-0.8945	-0.003

Обоснуйте ответ, опираясь на результаты обучения. Проанализируйте возможное влияние переобучения. (10 баллов)

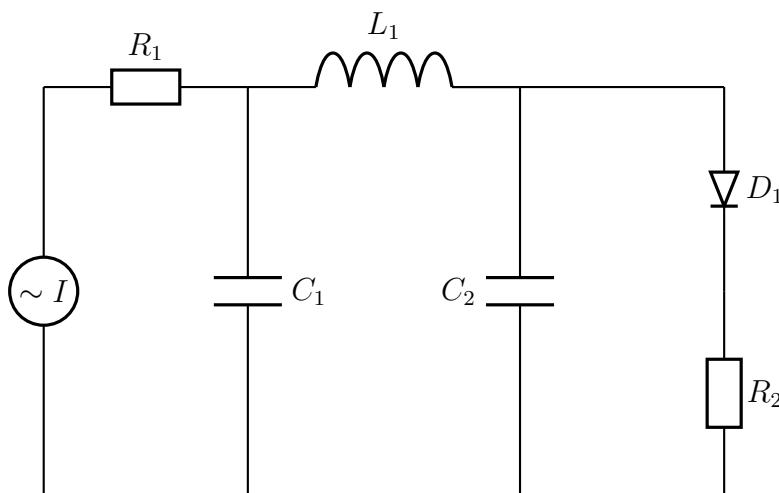
1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\sin x + y \\ \ddot{y} = -y^3 \end{cases}$$

При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions.

Произведите моделирование на отрезке времени  $[0, 300]$  с начальными условиями  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $\dot{y}(0) = 1$  и с шагом интегрирования не более 0.01. Постройте графики  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  на плоскости и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве. (10 баллов)

2. С помощью Simscape произведите моделирование электрической цепи



Источник тока выдаёт переменный ток силой 1 ампер частотой 50 Гц. Промоделируйте на отрезке времени  $[0, 0.4]$  процессы, протекающие в цепи, если:

1. сопротивление  $R_1$  зависит от напряжения на конденсаторе по формуле  $R_1 = 10\sqrt{|V_{C_2}|}$  Ом;
2. сопротивление  $R_2 = 30$  Ом;
3. индуктивность  $L_1 = 0.2$  Гн;
4. напряжения на конденсаторах и ток через индуктивность в начальный момент времени нулевые;
5. ёмкости  $C_1 = 10^{-4}$  Ф,  $C_2 = 10^{-3}$  Ф.

Изобразите графики тока через резистор  $R_2$  и сопротивления резистора  $R_1$ . Убедитесь, что графики достаточно «гладкие». (10 баллов)

3. При помощи ИНС спрогнозируйте следующий член последовательности

5.34	-2.93	1.2076	-0.8594	0.17334	-0.3423	-0.08644	-0.21215	-0.15216	-0.18483	-0.171
------	-------	--------	---------	---------	---------	----------	----------	----------	----------	--------

Проанализируйте возможное наличие переобучения/недообучения. (10 баллов)

## Билет 19

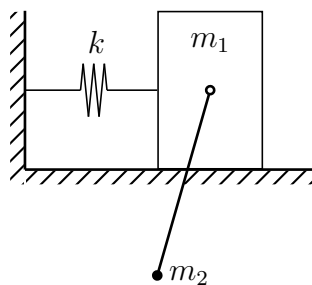
### 1. Создайте Simulink-модель системы

$$\begin{cases} \dot{x} = ay + x - x|x| \\ \dot{y} = x + z \\ \dot{z} = -y. \end{cases}$$

При создании модели не используйте блоки группы User-defined functions.

Произведите моделирование для значения параметра  $a = \frac{1}{5}$  на отрезке времени  $[0, 300]$  с начальными условиями  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $z(0) = -3$  и с шагом интегрирования не более 0.01. Постройте графики  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  на плоскости и фазовую кривую решения в трёхмерном пространстве. (10 баллов)

2. С помощью Simscape Multibody (не Simscape!) произведите моделирование движения механизма, состоящего из груза на пружине и присоединённого к нему маятника (см. рис.)



Массы  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 1.5$  кг, коэффициент упругости пружины  $k = 14$  Н/м. Длина маятника 0.3 м. Сила трения в шарнире вязкая с коэффициентом 0.1 Н·с/м. Трение между грузом и плоскостью отсутствует. В начальный момент времени груз на пружине отклонён вправо от начального положения равновесия на 20 см, маятник находится в нижнем состоянии равновесия.

Постройте графики перемещения груза и угла поворота маятника на отрезке времени  $[0, 60]$ . (10 баллов)

3. Возможно ли обучить нейронную сеть прямого распространения таким образом, чтобы она для вектора из  $\mathbb{R}^3$ , компоненты которого лежат в отрезке  $[-1, 1]$ , выдавала с некоторой степенью точности среднее арифметическое элементов вектора? Ответ обоснуйте результатами моделирования при помощи Neural Network Toolbox. Проанализируйте возможное влияние переобучения. (10 баллов)

---